

Метод тонкой коррекции наклона АЧХ с помощью простого цифрового фильтра.

Нередко в трактах АЦП, где применяются *antialiasing* фильтры, имеется монотонный спад АЧХ, небольшой наклон которой постоянен в полосе частот от 0 до $\frac{1}{4}$ частоты преобразования АЦП (в полосе частот от $\frac{1}{4}$ до $\frac{1}{2}$ частоты преобразования АЦП наклон АЧХ, как правило, продолжается, но уже с возрастающей крутизной частотной характеристики). В настоящей статье предлагается простейший в реализации корректирующий фильтр наклона АЧХ, который может быть применён с целью увеличения точности измерения по переменному сигналу в полосе частот примерно до $\frac{1}{4}$ частоты преобразования АЦП.

Для ЦАП с аналоговыми фильтрами в тракте воспроизведения сигнала (для подавления частот выше половины частоты дискретизации ЦАП) также актуальна тонкая коррекция наклона АЧХ для уменьшения влияния аналоговых фильтров в полосе частот воспроизведения сигнала.

1. Цифровой фильтр.

Предлагаемый фильтр экономичен по вычислительным ресурсам (одно умножение и два сложения из расчёта на один отсчёт данных) и может быть легко реализован не только программно в компьютерах, но и микропрограммно в контроллерах, а также аппаратно в недорогих FPGA.

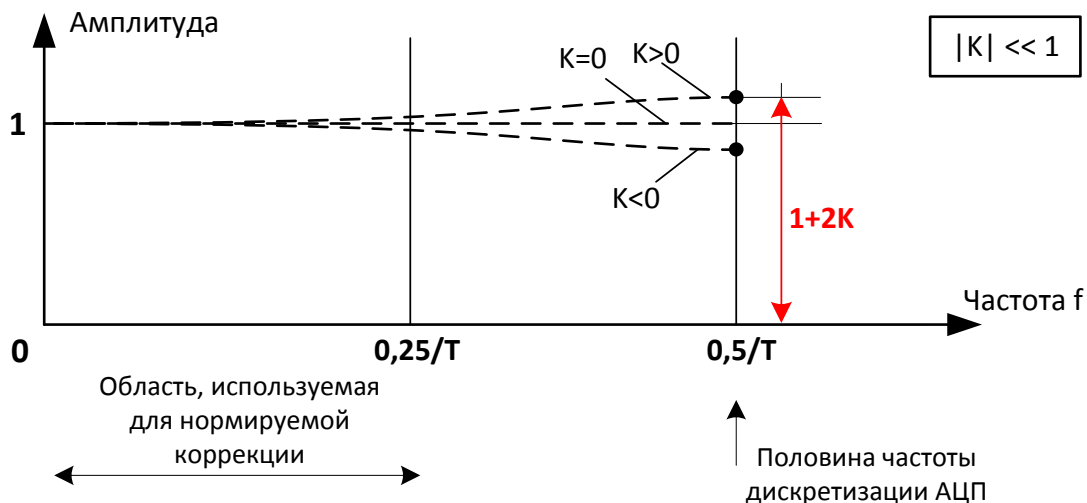
Предлагаемый фильтр описывается разностным уравнением:

$$Y(n) = (X(n) - X(n-1)) * K + X(n), \quad (1)$$

где $X(n)$ – текущий входной отсчёт данных, $X(n-1)$ – предыдущий входной отсчёт данных, K – постоянный коэффициент фильтра ($|K| \ll 1$), $Y(n)$ – текущий выходной отсчёт данных.

Фильтр является абсолютно устойчивым не рекурсивным (КИХ) фильтром 2-го порядка. При $K > 0$ наклон АЧХ в сторону подъёма, при $K < 0$ – в сторону спада.

Фильтр не изменяет постоянной составляющей сигнала. Его АЧХ и простые геометрические соотношения этой характеристики следуют из графика:



На графике выше и далее: T —период дискретизации (период преобразования АЦП). Соответственно, частота $0,5/T$ – это частота Найквиста, а область частот от 0 до $0,25/T$ предлагается использовать для нормируемой коррекции постоянного наклона АЧХ.

Передаточная функция фильтра:

$$H(e^{j2\pi fT}) = 1 + K(1 - e^{-j2\pi fT}) \quad (2)$$

Модуль передаточной функции:

$$|H(e^{j2\pi fT})| = \sqrt{(1 + K)^2 - 2 * (1 + K) * K \cos(2\pi fT) + K^2} \quad (3)$$

Отметим, что на графике выше изображен модуль этой передаточной функции для частот f от 0 до $0,5/T$, для коэффициента K разного знака. В точках $f=0$ и $f=0,5/T$ функция имеет экстремумы – минимум и максимум соответственно. При частоте $0,5/T$ модуль передаточной функции принимает значение $1+2K$, это удобно для грубой оценки необходимого значения K для получения требуемого наклона АЧХ.

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(f) = \arctg\left(\frac{\sin(2\pi fT)}{\frac{1}{K} + 1 - \cos(2\pi fT)}\right) \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что для малых значений $|K| \ll 1$ фазовый сдвиг корректирующего фильтра очень мал, однако для прецизионной фазометрии и этот сдвиг может быть учтён. Максимум фазового сдвига достигается при $f=0,25/T$ (например, при $K=0,01$ он составляет $0,57^\circ$), а при $f=0$ и при $f=0,5/T$ фазовый сдвиг равен нулю.

2. Практическая постановка задачи.

В практическом случае задача ставится “с другого конца”. Имеется тракт АЦП с частотой преобразования $1/T$ с монотонным наклоном АЧХ. Для расчёта корректирующего фильтра требуется измерить с помощью этого АЦП амплитуду A_0 сигнала с наименьшей частотой и измерить амплитуду A_1 сигнала с частотой $f < 0,25/T$.

Соответственно, модуль передаточной функции тракта АЦП при частоте f будет равен A_1 / A_0 , а модуль корректирующего фильтра $|H(e^{j2\pi fT})|$ на этой частоте должен быть равен обратной величине, т.е. A_0 / A_1 , для выравнивания АЧХ.

Итак, практическая задача состоит в нахождении K при известных значениях $|H(e^{j2\pi fT})|$, f , T .

Решая квадратное уравнение (3) относительно параметра K , получаем следующие два решения:

$$K = -0,5 \pm \sqrt{0,25 - \frac{(1 - |H(e^{j2\pi fT})|^2)}{(2 - 2 \cos(2\pi fT))}} \quad (5)$$

Положительное K вызывает подъём АЧХ корректирующего фильтра, а отрицательное – спад. Итак, коэффициент K фильтра (1) рассчитываем по формуле (5), и для этого понадобилось всего одно контрольное измерение.

Ещё раз отметим, что данный метод коррекции оправдан только для компенсации малых наклонов АЧХ.

Фактически, данный метод вычисления коэффициентов фильтра на основе модели, является следствием относительной простоты передаточной функции фильтра и наличия аналитического решения уравнения (3) относительно параметра K . Для фильтра более высокого порядка (с бóльшим количеством коэффициентов фильтра) подобного аналитического решения может и не быть¹! Таким образом, можно считать, что *ключевой особенностью* предложенного “Метода тонкой коррекции наклона АЧХ с помощью простого цифрового фильтра” является наличие вышеуказанного аналитического решения.

3. Коррекция постоянного наклона АЧХ аналогового тракта для разных частот дискретизации АЦП или ЦАП.

Ниже приводится вывод формулы расчёта коэффициента фильтра для новой частоты дискретизации АЦП (ЦАП) при условии сохранения той же величины спада АЧХ на выбранной частоте.

Если f_0 – частота нормируемого спада АЧХ при периоде T_1 дискретизации, то, исходя из формулы (3), АЧХ фильтра с коэффициентом фильтра K_1 будет определяться как

$$|H(f_0, T_1)| = \sqrt{(1 + K_1)^2 - 2 * (1 + K_1) * K_1 \cos(2\pi f_0 T_1) + K_1^2} \quad (6)$$

Если f_0 – частота нормируемого спада АЧХ при периоде T_2 дискретизации, то, исходя из формулы (5), коэффициент фильтра K_2 будет определяться как

¹ Автор не занимался исследованием этой теоретической задачи.

$$K_2 = -0,5 \pm \sqrt{0,25 - \frac{(1 - |H(f_0, T_2)|^2)}{(2 - 2 \cos(2\pi f_0 T_2))}} \quad (7)$$

Если при разных периодах дискретизации мы хотим иметь одинаковый спад на частоте f_0 , тогда $|H(f_0, T_1)| = |H(f_0, T_2)|$. Подставляя в формулу (7) вместо $|H(f_0, T_2)|$ значение $|H(f_0, T_1)|$ из формулы (6) и возводя корень в квадрат, получим:

$$K_2 = -0,5 \pm \sqrt{0,25 - \frac{(1 - ((1 + K_1)^2 - 2 * (1 + K_1) * K_1 \cos(2\pi f_0 T_1) + K_1^2))}{(2 - 2 \cos(2\pi f_0 T_2))}} \quad (8)$$

После упрощения формулы (8) получим итоговую формулу расчёта коэффициента фильтра K_1 при переходе от периода дискретизации T_1 к T_2 при условии обеспечения одинакового спада (подъёма) АЧХ на частоте f_0

$$K_2 = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + K_1 (1 + K_1) \frac{(1 - \cos(2\pi f_0 T_1))}{(1 - \cos(2\pi f_0 T_2))}} \quad (9)$$

Очевидно, что условиями корректности применения этой формулы являются:

$$f_0 < 0,5/T_1 \text{ и } f_0 < 0,5/T_2$$

Таким образом, нет необходимости для каждой частоты дискретизации хранить коэффициенты фильтра, поскольку они могут быть вычислены по формуле (9), если известен коэффициент фильтра для одной из частот дискретизации.

4. Коррекция наклона АЧХ АЦП и ЦАП.

Например, в архитектуру сигма-дельта АЦП² встроен цифровой фильтр высокого порядка. И, как правило, у этого цифрового фильтра характеристики жестко привязаны к частоте дискретизации (другими словами: характеристики фильтра масштабированы относительно частоты дискретизации). Поэтому для тонкой коррекции завала АЧХ сигма-дельта АЦП будет достаточно вычислить коэффициент фильтра по формуле (5), зная завал АЧХ на частоте, близкой к $0,25/T$. На других частотах преобразования АЧХ коэффициент корректирующего фильтра ожидается таким же.

Но если же наклон АЧХ обусловлен характеристикой аналогового тракта, тогда новое значение коэффициента фильтра может быть вычислено при изменении частоты преобразования АЦП (ЦАП), согласно п. 3.

² Здесь речь идёт о самом преобразователе, выполняющем аналого-цифровое преобразование по технологии “сигма-дельта”.

5. Общий случай коррекции АЧХ тракта АЦП.

В общем случае тракт АЦП состоит из аналогового тракта и преобразователя. Если преобразователь не имеет внутреннего фильтра (например, АЦП по технологии последовательного приближения), то следует ожидать наличие наклона АЧХ, обусловленного только схмотехникой аналогового тракта. Как правило, в области низких частот никакого завала АЧХ аналогового тракта не наблюдается. В области высоких частот (ориентировочно: выше четверти от максимальной частоты дискретизации АЦП), как правило, будет проявляться завал АЧХ, поскольку в аналоговых трактах устанавливают antialiasing аналоговые фильтры невысокого порядка³. В этом случае для коррекции наклона будет достаточно одного звена предложенного фильтра с расчётным коэффициентом фильтра, зависимым от частоты преобразования, согласно методу, показанному выше. Если аналоговый тракт имеет программируемые поддиапазоны измерения входного напряжения (перестраиваемый коэффициент усиления), то, вероятно, что у каждого поддиапазона будет разный наклон АЧХ.

Если же используется сигма-дельта преобразователь с перестраиваемой частотой преобразования, то понадобится второе звено коррекции АЧХ преобразователя, как предполагается, с постоянным коэффициентом фильтра. В этом случае, для определения коэффициентов обоих звеньев фильтра, предположительно, будет достаточно измерить:

- 1) завал АЧХ всего тракта АЦП на малой частоте преобразования;
- 2) завал АЧХ на максимальной частоте преобразования АЦП.

На малой частоте преобразования измеренный завал будет обусловлен практически только завалом АЧХ преобразователя. А на максимальной частоте преобразования измеренный завал будет обусловлен завалом преобразователя (который, будем считать, уже известен из п.1), так и завалом аналогового тракта (а этот фактор теперь уже можно вычислить). Таким образом, коэффициенты фильтра обоих звеньев фильтра аналитически могут быть вычислены.

ВОПРОС: Как быть, если преобладает не монотонность (волнообразный характер) АЧХ тех же antialiasing фильтров в полосе пропускания тракта АЦП?

ОТВЕТ: Этот случай требует другого метода коррекции. Естественно, предложенный метод оправдан только в том случае, когда наклон АЧХ носит постоянный или монотонно нарастающий характер от низкой частоты полосы частот пропускания АЦП до высокой.

³ Аналоговые фильтры высокого порядка практически малореальны по причинам технологических ограничений.

Литература:

1. [Терминология](#) – раздел сайта L-Card.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. – Теория и применение цифровой обработки сигналов.: "Мир", 1978
3. Вадутов О.С. Лекции по дисциплине "Математические основы обработки сигналов" – Томский политехнический университет – 2010-2010 гг.

ООО "Л Кард"

www.lcard.ru

Конференция на сайте:

<http://lcard.ru/forums/1?forum=1>

Техподдержка L-Card:

support@lcard.ru

Автор статьи: *А. В. Гарманов,*
инженер-электронщик

Версия статьи 1.7. Январь 2019 г
(первая публикация – июнь 2013 г)